



МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ

ЗАЈЕДНИЦА ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИХ ШКОЛА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ



**ДВАДЕСЕТПРВО РЕПУБЛИЧКО ТАКМИЧЕЊЕ
ОДГОВОРИ И РЕШЕЊА
ИЗ
ОСНОВА ЕЛЕКТРОТЕХНИКЕ
ЗА УЧЕНИКЕ ДРУГОГ РАЗРЕДА**

Број задатка

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Укупно

Број бодова

5	6	6	6	6	8	9	8	10	9	13	14	100
---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	----	----	-----

мај 2015.



УПУТСТВО (ОБАВЕЗНО ПРОЧИТАТИ!)

Питања и задаци су припремљени у складу са наставним програмима предмета Основе електротехнике.

Провера знања траје 120 минута. При раду такмичари могу да користе само прибор за писање и лични калкулатор.

Одговор на питање, односно решење постављеног задатка треба писати читко, обавезно на месту које је за то предвиђено. У случају да је расположиви простор за решавање задатка недовољан, може да се користи последња, празна страница. Притом је неопходно назначити број питања, односно задатка на које се наставак решавања односи. На дну простора предвиђеног за решавање одређеног задатка назначити да постоји наставак на крају рада.

Учесници такмичења самостално дају одговоре на питања и решавају постављене задатке. За време рада мора да влада тишина. Такмичар који не поштује ова правила биће дисквалификован и удаљен са такмичења.

За свако питање и задатак дат је број бодова на насловној страни. Највећи могући укупан број бодова је 100.

САВЕТИ

Свако питање и задатак треба пажљиво прочитати да бисте разумели шта се захтева.

Није мудро да се дugo задржавате на питањима и задацима код којих, у датом тренутку, не можете са сигурношћу да одредите тачан одговор, односно да сагледате решење постављеног задатка. Усредсредите се на питања и задатке који следе. Након тога, преостало време посветите решавању задатака које сте “прескочили”.

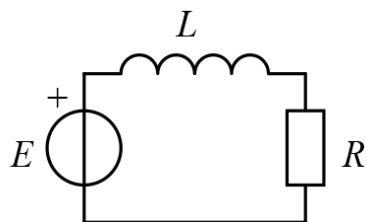
Срећно!



1. Заокружи тачан исказ за редну везу два RLC пријемника:

- a) Активне отпорнорности се не смеју сабирати
b) Реактивне отпорности се смеју сабирати **5 БОДА**
c) Импедансе у редној вези се смеју сабирати

2. У колу простопериодичне струје приказаном на слици је $E = 10 \text{ kV}$, $R = 500 \Omega$ и активна снага отпорника $P_R = 50 \text{ kW}$. Израчунати комплексну привидну снагу калема.



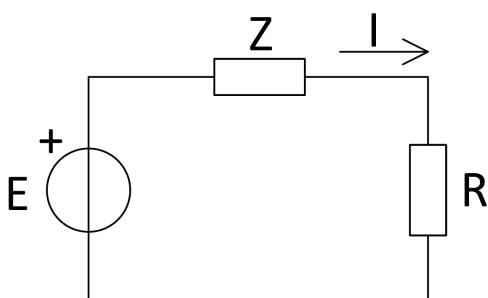
$$\text{Из } P_R = I^2 R \text{ добијамо } I = \sqrt{\frac{P_R}{R}} = 10 \text{ A} \quad \text{2 БОДА}$$

$$Z = \frac{E}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{\left(\frac{E}{I}\right)^2 - R^2} = 866 \Omega \quad (\text{бирамо позитивно решење}) \quad \text{2 БОДА}$$

$$Q = I^2 X_L = 86.6 \text{ kVA}_r \quad \text{1 БОД}$$

$$\text{Привидна снага калема је } \underline{S} = jQ = j86.6 \text{ kVA} \quad \text{1 БОД}$$

3. На извор електромоторне сile $E = 10 \text{ V}$ и унутрашње импедансе $\underline{Z} = (1 + 2j) \Omega$ прикључен је отпорник отпорности $R = 1 \Omega$. Одредити укупну активну снагу пријемника.



$$\underline{Z}_e = \underline{Z} + R = (1 + 2j + 1) \Omega = (2 + 2j) \Omega \quad \text{1 БОД}$$

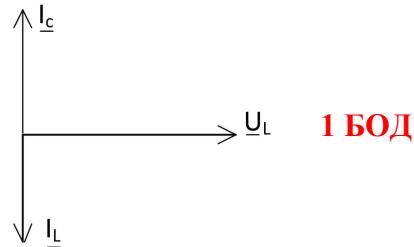
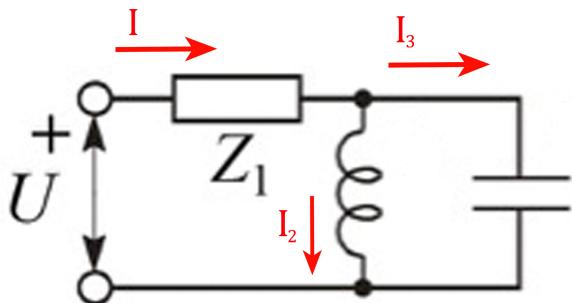
$$Z_e = \sqrt{2^2 + 2^2} \Omega = 2\sqrt{2} \Omega \quad \text{1 БОД}$$

$$I = \frac{E}{Z_e} = \frac{10}{2\sqrt{2}} \text{ A} = 2,5\sqrt{2} \text{ A} \quad \text{2 БОДА}$$

$$P = I^2 \cdot \text{Re}(\underline{Z}_e) = 12.5 \text{ W} \quad \text{2 БОДА}$$



4. У колу простопериодичне струје приказаном на слици познате су ефективне вредности струја $I_2 = 2 \text{ A}$, $I_3 = 3,5 \text{ A}$ и активна снага целог кола $P = 225 \text{ W}$. Израчунати резистансу пријемника импедансе Z_1 .



Усвојићемо да је почетна фаза напона на калему (тј. кондензатору) једнака нули. На основу фазорског дијаграма добијамо: **1 БОД**

$$\underline{I} = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = I_2 e^{j\frac{\pi}{2}} + I_3 e^{-j\frac{\pi}{2}} = I_2 \cdot j - I_3 \cdot j = -1.5j \quad \text{1 БОД}$$

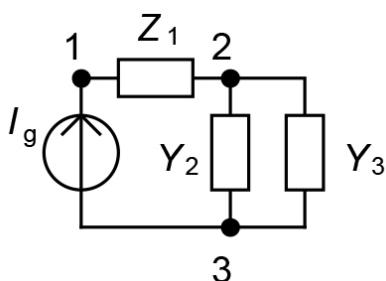
Одавде је ефективна вредност струје једнака: $I = 1.5 \text{ A}$ **1 БОД**

Из израза за активну снагу $P = I^2 R$ добијамо резистансу пријемника Z_1 :

$$R = \frac{P}{I^2} = 100 \Omega \quad \boxed{\text{2 БОДА}}$$



5. За коло простопериодичне струје са слике је $Z_1 = (1+j) \Omega$, $\underline{U}_{23} = -2,5 \text{ V}$, $B_3 = 0,4 \text{ S}$, $G_2 = 0,2 \text{ S}$, укупна реактивна снага сва три пријемника $Q_e = 1 \text{ VAr}$ и $I_g = 1 \text{ A}$. Израчунати комплексни напон \underline{U}_{13} и комплексну импедансу другог пријемника.



$$Q = I_g^2 \cdot X_1 - \underline{U}_{23}^2 \cdot (B_2 + B_3) \Rightarrow B_2 = -0.4 \text{ S} \quad \text{1 БОД}$$

$$Y_{e23} = \frac{I_g}{U_{23}} = G_2 + G_3 \Rightarrow G_3 = 0.2 \text{ S} \quad \text{1 БОД}$$

$$Y_{e23} = G_2 + G_3 + j(B_2 + B_3) = 0.4 \text{ S} \Rightarrow Z_{e23} = 2.5 \Omega \quad \text{1 БОД}$$

$$\underline{I}_g = \frac{\underline{U}_{23}}{Z_{e23}} = -1 \text{ A} \quad \text{1 БОД}$$

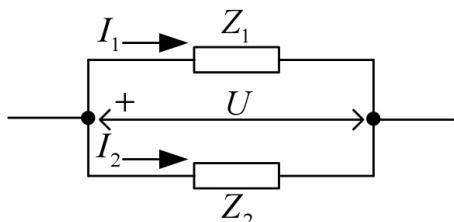
$$\underline{U}_{13} = \underline{U}_{23} + \underline{I}_g Z_1 = -(3,5 + j) \text{ V} \quad \text{1 БОД}$$

$$\underline{Z}_2 = \frac{1}{Y_2} = (1 + j2) \Omega \quad \text{1 БОД}$$





6. Однос привидних снага пријемника приказаних на слици је $S_2/S_1 = \sqrt{2}$. Напон U фазно предњачи струји I_1 за $\pi/4$, а напон U фазно заостаје за струјом I_2 за $\pi/4$. Израчунати фактор снаге $\cos \varphi$ паралелне везе ових пријемника.



Претпоставимо да је почетна фаза напона U једнака нули, тј. $\underline{U} = U$. **1 БОД**

$$\underline{I}_1 = I_1 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} \quad \text{1 БОД}$$

$$\underline{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \quad \text{1 БОД}$$

Из услова задатка следи:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{UI_2}{UI_1} = \sqrt{2} \text{ одакле је } \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{2} \quad (*) \quad \text{1 БОД}$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = I_1 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} + I_2 \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \xrightarrow{(*) I_2 = I_1 \sqrt{2}} \underline{I} = I_1 \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + j \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right) \quad \text{2 БОДА}$$

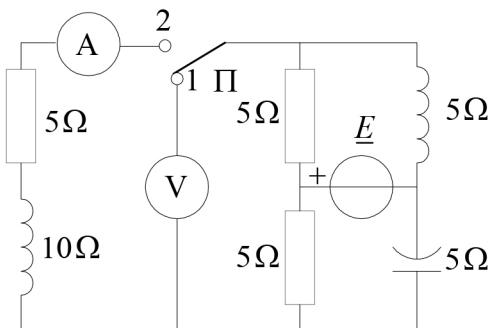
Коначно добијамо:

$$\cos \varphi = \cos \left(\arctg \left(\frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} \right) \right) \approx 0.985 \quad \text{2 БОДА}$$





7. За коло на слици, када је прекидач Π у положају 1, идеални волтметар показује напон 10 V. Колику ће струју мерити идеални амперметар ако је прекидач Π у положају 2?



На ефективну вредност струје коју мери амперметар не утиче почетна фаза генератора E , претпоставићемо да је $\underline{E}_T = U_V = 10 \text{ V}$, јер се ради о идеалном волтметру. **3 БОДА**

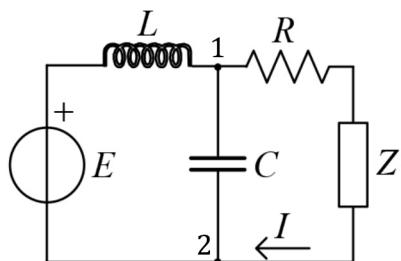
Како је $Z_T = (5 \parallel j5) + (5 \parallel -j5) = 5 \Omega$ добијамо: **3 БОДА**

$$I_A = \left| \frac{\underline{E}_T}{Z_T + 5 + j10} \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ A} \quad \text{3 БОДА}$$





8. На слици је приказана електрична шема кола простопериодичне струје. Применом Тевененове теореме (између тачака 1 и 2) одредити који однос треба да постоји између ωL и $1/\omega C$ па да струја I не зависи од импедансе Z .

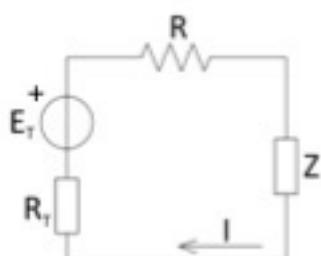


Између тачака 1 и 2 израчунаћемо елементе Тевененовог генератора:

$$(*) \underline{Z}_T = \frac{j\omega L \cdot \frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC} \quad \text{2 БОДА}$$

$$(**) \underline{E}_T = \underline{E} \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \underline{E} \frac{1}{1 - \omega^2 LC} \quad \text{2 БОДА}$$

Из добијеног простог кола даље имамо:



Слика 1 БОД

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_T}{R + \underline{Z}_T + Z} \quad \text{1 БОД}$$

Након замене (*) и (**) добијамо:

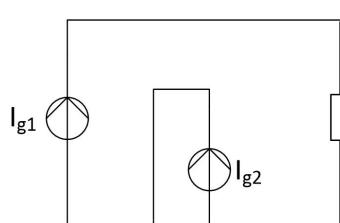
$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{R - \omega^2 LCR + j\omega L + Z \cdot (1 - \omega^2 LC)} \quad \text{1 БОД}$$

Конечно, да да струја I не би зависила од импедансе Z , мора бити испуњено:

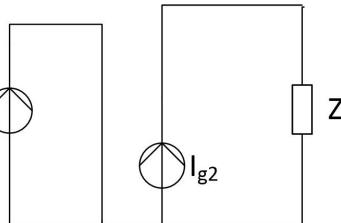
$$1 - \omega^2 LC = 0 \text{ tj. } \boxed{\omega L = \frac{1}{\omega C}} \quad \text{1 БОД}$$



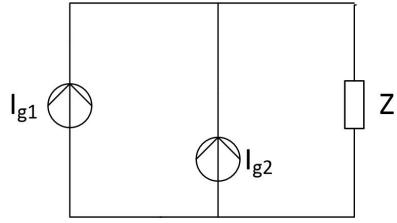
9. У колу на слици разлика фазна струја I_{g1} и I_{g2} је $\alpha = \pi/3$. Када је преклопник K_1 у положају 1, а преклопник K_2 у положају 0, активна снага пријемника је $P_1 = 1$ W. Када је преклопник K_1 у положају 0, а преклопник K_2 у положају 2, активна снага пријемника је $P_2 = 4$ W. Одредити активну снагу пријемника када је преклопник K_1 у положају 1, а преклопник K_2 у положају 2.



Слика 1
1 БОД



Слика 2
1 БОД



Слика 3
1 БОД

Усвојићемо да је почетна фаза струје I_{g1} једнака нули. На основу тога добијамо:

$$\underline{I_{g1}} = I_{g1} \quad \text{1 БОД}$$

$$\underline{I_{g2}} = I_{g2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{3}} \quad \text{1 БОД}$$

Када је преклопник K_1 у положају 1, а преклопник K_2 у положају 0 (слика 1), имамо:

$$(*) P_1 = \underline{I_{g1}}^2 \cdot \text{Re}\{\underline{Z}\} \quad \text{1 БОД}$$

Када је преклопник K_1 у положају 1, а преклопник K_2 у положају 0 (слика 2), имамо:

$$(**) P_2 = \underline{I_{g2}}^2 \cdot \text{Re}\{\underline{Z}\} \quad \text{1 БОД}$$

Из (*) и (**) добијамо:

$$\frac{\underline{I_{g1}}}{\underline{I_{g2}}} = \sqrt{\frac{P_1}{P_2}} \quad (***) \quad \text{1 БОД}$$

Када је преклопник K_1 у положају 1, а преклопник K_2 у положају 2 (слика 3), имамо:

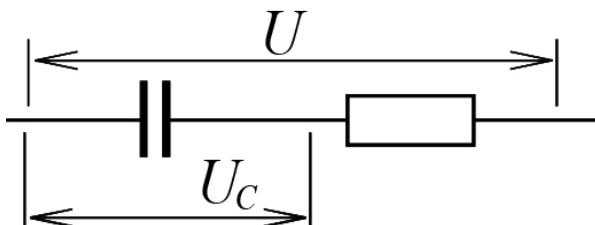
$$P_{R3} = \left| \underline{I_{g1}} + \underline{I_{g2}} \right|^2 \cdot \text{Re}\{\underline{Z}\} = \left| I_{g1} + I_{g2} \cdot e^{-j\frac{\pi}{3}} \right|^2 \cdot \text{Re}\{\underline{Z}\}$$

Заменом $\underline{I_{g2}}$ из (***) и $\text{Re}\{\underline{Z}\}$ из (*) у горњу једначину добијамо:

$$P_{R3} = |2 - j3|^2 = 7 \text{ W} \quad \text{2 БОДА}$$



10. У колу простопериодичне струје кондензатор је везан на ред са пријемником непознатих параметара, као на слици. При томе су ефективне вредности напона кондензатора и напона редне везе међусобно једнаке, $U_C = U$. Одредити природу непознатог пријемника (образложити одговор).



$$U_C = U \frac{|Z_C|}{|Z_C + Z|} \quad \text{2 БОДА}$$

Да би $U_C = U$ мора бити испуњен следећи услов:

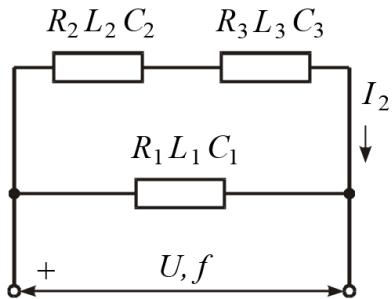
$$\frac{|Z_C|}{|Z_C + Z|} = 1 \quad \text{тј. } |Z_C| = |Z_C + Z| = |-jX_C + R + jX| = \sqrt{R^2 + (X - X_C)^2} \quad \text{3 БОДА}$$

Закључујемо да је услов $|Z_C| = \sqrt{R^2 + (X - X_C)^2}$ могућ једино уколико је непознати пријемник индуктиван. **4 БОДА**





11. Три пријемника која се сastoјe од редних веза отпорника, калема и кондензатора везана су у коло као на слици и прикључена на простопериодичан напон амплитуде $U_m = 40 \text{ V}$ и учестаности $f = 10000/2\pi \text{ Hz}$. Карактеристике пријемника су: $R_1 = 40 \Omega$, $L_1 = 8 \text{ mH}$, $C_1 = 2 \mu\text{F}$, $R_2 = 5 \Omega$, $L_2 = 6 \text{ mH}$, $C_2 = \frac{5}{6} \mu\text{F}$ и $R_3 = 15 \Omega$. Под овим околностима су: активна снага другог пријемника $P_2 = 5 \text{ W}$, реактивна снага трећег пријемника $Q_3 = 40 \text{ VAr}$, а струја i_2 фазно предњачи прикљученом напону U . Израчунати активну снагу целог кола.



(*) Усвојићемо да је почетна фаза напона U једнака нули, тј. $\underline{U} = \frac{40}{\sqrt{2}}$ **1 БОД**

(**) Из $P_2 = R_2 I_2^2 = 5 \text{ W} \Rightarrow I_2 = 1 \text{ A}$ **1 БОД**

(***) Из $Q_3 = X_3 I_2^2 = 40 \text{ VAr} \Rightarrow X_3 = 40 \Omega$ **1 БОД**

(****) $Z_{23} = (R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3) \Omega$ **1 БОД**

$$(****) \underline{Y}_{23} = \frac{1}{Z_{23}} = \frac{1}{(R_2+R_3)+j(X_2+X_3)} = \frac{(R_2+R_3)-j(X_2+X_3)}{(R_2+R_3)^2+(X_2+X_3)^2} = \frac{(R_2+R_3)}{(R_2+R_3)^2+(X_2+X_3)^2} - j \frac{X_2+X_3}{(R_2+R_3)^2+(X_2+X_3)^2}$$

(******) $Z_{23} = \frac{U}{I_2} = \frac{40}{\sqrt{2}} \Omega$ **1 БОД**

(******) $G_{23} = \frac{(R_2+R_3)}{Z_{23}^2} = 0.025 \text{ S}$ **1 БОД**

Из $Z_{23} = \sqrt{(R_2+R_3)^2+(X_2+X_3)^2} \Rightarrow X_2+X_3 = \pm 20 \Omega$ $\xrightarrow{\text{по услову задатка}} X_2+X_3 = -20 \Omega \Rightarrow X_2 = -60 \Omega$ **1 БОД**

$\omega = 2\pi f = 10000 \text{ rad/s}$ **1 БОД**

$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} = 30 \Omega$ **1 БОД**

$\underline{Z}_1 = 40 + j30 \Omega \Rightarrow \underline{Y}_1 = \frac{1}{Z_1} = \underbrace{0.016}_{G_1} - \underbrace{0.012 j}_{B_1} \Omega$ **1 БОД**

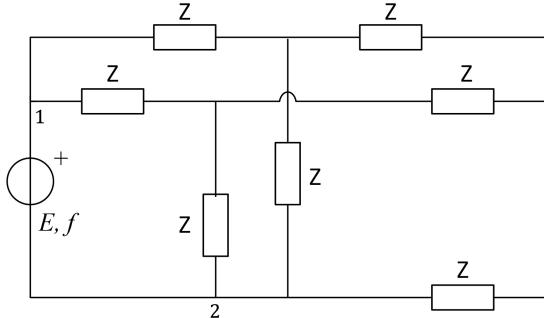
$G_e = G_{23} + G_1 = 0.041 \text{ S}$ **1 БОД**

Конечно је $\boxed{P_e = U^2 \cdot G_e = 32.8 \text{ W}}$ **2 БОДА**

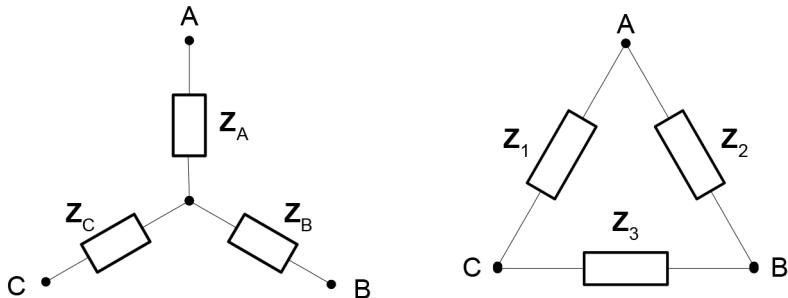




12. Одредити еквивалентну импедансу између тачака 1 и 2. Вредности свих импеданси су исте и износе $\underline{Z} = 100 \Omega$.



За одређивање еквивалентне импедансе између тачке 1 и 2 користићемо трансфигурацију две звезде у троугао (слике испод) помоћу следећих формула:



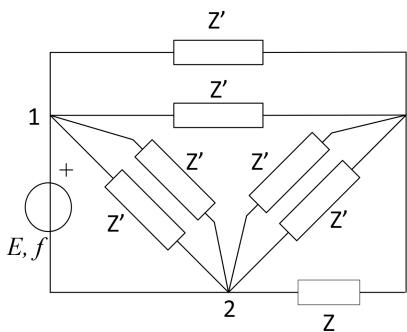
$$Z_1 = \frac{z_A z_B + z_B z_C + z_A z_C}{z_B} \quad \text{1 БОД}$$

$$Z_2 = \frac{z_A z_B + z_A z_C + z_B z_C}{z_C} \quad \text{1 БОД}$$

$$Z_3 = \frac{z_A z_B + z_A z_C + z_B z_C}{z_A} \quad \text{1 БОД}$$

Након трансфигурације наше коло изгледа као на слици испод:

Слика 2 БОДА



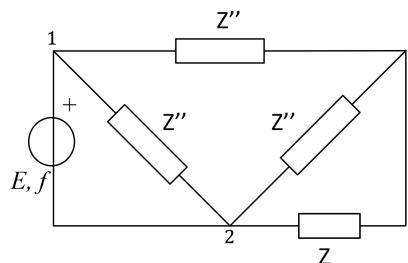
Вредности еквивалентних импеданси насталих поменутом трансфигурацијом су исте и износе:

$$\underline{Z'} = 300 \Omega. \quad \text{2 БОДА}$$



Након сређивања добијамо следеће коло:

Слика 2 БОДА



где је $\underline{Z''} = \underline{Z'} \parallel \underline{Z'} = 150 \Omega$. **2 БОДА**

Коначно добијамо еквивалентну импедансу између тачке 1 и 2:

$$\underline{Z_{1,2}} = ((\underline{Z''} \parallel \underline{Z}) + \underline{Z''}) \parallel \underline{Z''} = 87.5 \Omega \quad \text{3 БОДА}$$